МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО Университет биотехнологий
Институт цифровых технологий
Кафедра математики и физики

ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Методические указания для проведения лабораторно-практических занятий и самостоятельной работы студентов

Новосибирск 2026

УДК 517(075.32)
ББК 22.1я723
Т 19

Кафедра математики и физики

Составители: Тарсис Е.Ю., Казакова И.С.

Рецензент: Бардаков В.Г., доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры информационных технологий и моделирования ФГБОУ ВО Университет биотехнологий

Элементы высшей математики: методические указания для проведения лабораторно-практических занятий и самостоятельной работы студентов / сост. Е. Ю. Тарсис, И. С. Казакова. – Новосибирск: Университет биотехнологий, 2026.

Методические указания предназначены для студентов, обучающихся по специальности 09.02.09 Веб-разработка (дисциплина ОПЦ.01 «Элементы высшей математики»). Содержат описание практических занятий, задания для самостоятельной работы, требования к оформлению отчётов и критерии оценки.

Методические указания разработаны в соответствии с рабочей программой дисциплины и фондом оценочных средств.

Содержание

Введение 4
1. Общие методические указания 6
    1.1. Организация практических занятий 6
    1.2. Правила работы на занятиях 6
    1.3. Требования к отчёту 6
    1.4. Организация самостоятельной работы 6
    1.5. Критерии оценки 7
2. Методические указания к практическим занятиям 8
    Тема 1.1. Пределы 8
    Тема 1.2. Производная 9
    Тема 1.3. Интеграл 11
    Тема 2.1. Матрицы и определители 13
    Тема 2.2. Системы линейных уравнений 15
    Тема 3.1. Числовые ряды 16
    Тема 3.2. Теория вероятностей 17
3. Методические указания к самостоятельной работе 20
4. Рекомендуемая литература и информационные ресурсы 21
Приложение А. Образец титульного листа отчёта 22

Введение

На изучение дисциплины ОПЦ.01 «Элементы высшей математики» запланировано 74 ч, в том числе 70 ч аудиторных (34 ч – занятия лекционного типа, 34 ч – занятия семинарского типа (практические занятия), 2 ч – консультации) и 4 ч (5,4 %) отведено для самостоятельной работы. Форма промежуточной аттестации – зачёт с оценкой (1 семестр). Практические занятия реализуются в форме практической подготовки в объёме 34 ч.

Основная цель дисциплины – формирование математической базы для изучения профильных дисциплин и применения математических методов при проектировании информационных ресурсов.

В процессе изучения дисциплины решаются следующие задачи:

- изучение основ математического анализа: пределов, производной и интеграла;
- освоение аппарата линейной алгебры: матриц, определителей и систем линейных уравнений;
- изучение числовых рядов и признаков их сходимости;
- освоение основ теории вероятностей: событий, случайных величин и их числовых характеристик;
- формирование умения применять математические методы и программные средства для расчётов.

В соответствии с требованиями ФГОС СПО дисциплина направлена на формирование следующих компетенций по специальности 09.02.09 Веб-разработка:

- выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам (ОК 01);
- использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности (ОК 02);

– осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста (ОК 05);
– пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках (ОК 09);
– проектировать информационные ресурсы (ПК 1.1).

Методические указания составлены в соответствии с рабочей программой дисциплины и фондом оценочных средств. Нумерация и содержание практических занятий соответствуют темам рабочей программы; контрольные вопросы и практические задания согласованы с фондом оценочных средств.

Распределение практических занятий и самостоятельной работы по темам дисциплины приведено в таблице 1.

Таблица 1 – Распределение часов по темам

Тема	**Практические занятия**	**ПЗ, ч**	**СР, ч**
1.1. Пределы	№ 1–2	5	1
1.2. Производная	№ 3–5	6	1
1.3. Интеграл	№ 6–8	6	0
2.1. Матрицы и определители	№ 9–10	4	0
2.2. Системы линейных уравнений	№ 11–12	4	0
3.1. Числовые ряды	№ 13–14	4	0
3.2. Теория вероятностей	№ 15–16	5	2
Итого	16 занятий	34	4

1. Общие методические указания

1.1. Организация практических занятий

Практические занятия проводятся в учебной компьютерной лаборатории и аудитории для занятий семинарского типа. Для вычислений и проверки результатов используются система компьютерной алгебры Maxima, LibreOffice Calc, онлайн-калькуляторы (WolframAlpha), операционная система ALT Linux.

Перед занятием необходимо повторить лекционный материал темы и изучить краткие теоретические сведения. На занятии студент решает задачи письменно, проверяет результат с помощью программных средств, оформляет отчёт и отвечает на контрольные вопросы.

1.2. Правила работы на занятиях

- соблюдать правила электробезопасности и санитарные нормы работы за персональным компьютером, делать перерывы для гимнастики для глаз;
- не устанавливать и не удалять программное обеспечение без разрешения преподавателя;
- сохранять результаты работы в личном каталоге и делать резервные копии;
- решение каждой задачи сопровождать пояснениями и проверкой результата (аналитически и с помощью Maxima или WolframAlpha);
- самостоятельно выполнять задания; использование чужих решений и готовых ответов без указания источника не допускается.

1.3. Требования к отчёту

Отчёт по каждому занятию оформляется в тетради или в электронном виде (LibreOffice Writer, PDF) и содержит: тему и цель, условия задач, подробные решения с пояснениями, результаты проверки в программе

(команды и вывод), выводы. Титульный лист отчёта – по образцу приложения А.

1.4. Организация самостоятельной работы

Самостоятельная работа (4 ч) включает изучение теоретического материала и выполнение заданий по темам 1.1, 1.2, 3.2 (раздел 3 настоящих указаний). Результаты проверяются преподавателем на очередном практическом занятии в форме собеседования.

1.5. Критерии оценки

Результаты выполнения практических занятий и самостоятельной работы учитываются при выставлении оценки по результатам текущего контроля (1 семестр). Для оценки используется традиционная четырёхбалльная система:

Оценка	**Критерии**
Отлично	Все задания выполнены полностью и верно, отчёт оформлен по требованиям. Ответ полный, логичный, обоснованный; студент свободно отвечает на дополнительные вопросы, приводит примеры.
Хорошо	Задания выполнены, есть незначительные неточности в решении или оформлении. Ответ по существу верный; допускаются несущественные ошибки при ответе на дополнительные вопросы.
Удовлетворительно	Выполнена основная часть заданий. Ответ неполный: знание основных положений, затруднения с пояснениями и примерами.
Неудовлетворительно	Задания не выполнены или выполнены неверно. Основной материал не усвоен, на дополнительные вопросы студент ответить не может.

2. Методические указания к практическим занятиям

Ниже приведены практические занятия по темам рабочей программы. Для каждого занятия указаны цель, краткие теоретические сведения, задания и контрольные вопросы.

Раздел 1. Математический анализ

Тема 1.1. Пределы

Числовые последовательности, предел последовательности и функции, бесконечно малые и бесконечно большие величины, теоремы о пределах, замечательные пределы, раскрытие неопределённостей, непрерывность и точки разрыва. Объём практических занятий – 5 ч.

Практическое занятие № 1. Предел последовательности и функции. Теоремы о пределах (2 ч)

Цель работы: научиться вычислять пределы последовательностей и функций с использованием теорем о пределах.

Краткие теоретические сведения.

Число A называется пределом функции f(x) при x → a, если значения f(x) сколь угодно близки к A при x, достаточно близких к a. Предел суммы, произведения и частного (при ненулевом знаменателе) равен соответственно сумме, произведению и частному пределов. Для раскрытия неопределённости 0/0 числитель и знаменатель раскладывают на множители и сокращают, для ∞/∞ делят на старшую степень x.

```
# Maxima
limit((x^2-9)/(x-3), x, 3);
limit((2*x+1)/(3*x-2), x, inf);
```

Задания.

1. Вычислите пределы: $\lim(x\to 3)(x^2-9)/(x-3)$; $\lim(x\to\infty)(2x+1)/(3x-2)$.
2. Вычислите $\lim(x\to 2)(x^2-4)/(x-2)$ и $\lim(n\to\infty)(3n^2+1)/(n^2-5)$.
3. Найдите пределы $\lim(x\to 1)(x^3-1)/(x-1)$ и $\lim(x\to\infty)(x^2+1)/(x^3+2x)$.
4. Проверьте результаты в системе Maxima командой limit.

Контрольные вопросы.

1. Дайте определение предела функции в точке.
2. Сформулируйте свойства пределов.
3. Как раскрывается неопределённость вида 0/0 и ∞/∞?

Отчёт: решения задач с пояснениями, результаты проверки в программе, ответы на контрольные вопросы.

Практическое занятие № 2. Замечательные пределы и непрерывность функции (3 ч)

Цель работы: освоить применение замечательных пределов и исследование функции на непрерывность.

Краткие теоретические сведения.

Первый замечательный предел: $\lim(x\to0)\ \sin x / x = 1$. Второй: $\lim(n\to\infty)(1 + 1/n)^n = e$. Функция непрерывна в точке a, если предел функции в точке равен значению функции в ней. Точки разрыва делятся на устранимые, разрывы первого рода (скачок) и второго рода.

```
limit(sin(3*x)/x, x, 0);
limit((1+2/x)^x, x, inf);
```

Задания.

1. Вычислите $\lim(x\to0)\ \sin(5x)/(2x)$ и $\lim(x\to0)\ (1-\cos x)/x^2$.
2. Вычислите $\lim(x\to\infty)(1 + 3/x)^x$.
3. Исследуйте на непрерывность функцию $f(x) = (x^2-1)/(x-1)$; определите тип точки разрыва.
4. Постройте график функции из задания 3 в LibreOffice Calc или Maxima и сопоставьте с аналитическим выводом.

Контрольные вопросы.

1. Что такое первый и второй замечательные пределы?
2. Объясните понятие непрерывности функции.
3. Как классифицируются точки разрыва?

Отчёт: решения задач с пояснениями, результаты проверки в программе, ответы на контрольные вопросы.

Тема 1.2. Производная

Определение производной, геометрический и механический смысл, таблица производных, правила дифференцирования, производные высших порядков, исследование функций и построение графиков. Объём практических занятий – 6 ч.

Практическое занятие № 3. Производная: определение, таблица, правила дифференцирования (2 ч)

Цель работы: научиться вычислять производные элементарных функций по таблице и правилам дифференцирования.

Краткие теоретические сведения.

Производная $f'(x)$ – предел отношения приращения функции к приращению аргумента. Геометрически это угловой коэффициент касательной к графику. Правила: $(u \pm v)' = u' \pm v'$, $(uv)' = u'v + uv'$, $(u/v)' = (u'v - uv')/v^2$.

```
diff(5*x^3 - 2*x, x);
diff(%e^x * x^2, x);
```

Задания.

1. Найдите производные: $y = 5x^3 - 2x$; $y = 3x^4 - 2x^2 + x$.
2. Найдите производные произведения и частного: $y = e^x \cdot x^2$; $y = (x^2 + 1)/(x - 3)$.
3. Составьте уравнение касательной к графику $y = x^2$ в точке $x = 2$.
4. Проверьте результаты командой diff в Maxima.

Контрольные вопросы.

1. Дайте определение производной функции.
2. Сформулируйте правила дифференцирования суммы и произведения.
3. Объясните геометрический смысл производной.

Отчёт: решения задач с пояснениями, результаты проверки в программе, ответы на контрольные вопросы.

Практическое занятие № 4. Производная сложной функции и производные высших порядков (2 ч)

Цель работы: научиться дифференцировать сложные функции и находить производные высших порядков.

Краткие теоретические сведения.

Производная сложной функции $y = f(g(x))$ равна $f'(g(x))\cdot g'(x)$. Производная второго порядка – производная от первой производной, $f'' = (f')'$. Вторая производная характеризует скорость изменения первой и используется при исследовании выпуклости.

```
diff(sin(3*x), x);
diff(x^4 - 4*x^2, x, 2);
```

Задания.

1. Найдите производные: $y = \sin(3x)$; $y = (2x + 1)^5$; $y = \ln(x^2 + 1)$.
2. Найдите вторые производные функций $y = x^4 - 4x^2$; $y = e^x\cdot x$.
3. Закон движения точки $s(t) = t^3 - 3t^2$. Найдите скорость и ускорение в момент $t = 2$.
4. Проверьте ответы в Maxima.

Контрольные вопросы.

1. Как дифференцируется сложная функция?
2. Что такое производная второго порядка и каков её механический смысл?
3. Как найти скорость и ускорение по закону движения?

Отчёт: решения задач с пояснениями, результаты проверки в программе, ответы на контрольные вопросы.

Практическое занятие № 5. Исследование функции с помощью производной (2 ч)

Цель работы: освоить алгоритм исследования функции на монотонность, экстремумы и выпуклость и построение графика.

Краткие теоретические сведения.

Если $f'(x) > 0$ на промежутке, функция возрастает; если $f'(x) < 0$ – убывает. Точки, в которых $f' = 0$, – критические; если при переходе через критическую точку производная меняет знак, это экстремум. Вторая производная определяет выпуклость и точки перегиба.

```
f: x^4 - 4*x^2$
solve(diff(f,x)=0, x);
plot2d(f, [x,-3,3]);
```

Задания.

1. Найдите экстремумы функции $y = x^3 - 6x^2 + 9x$.
2. Исследуйте функцию $y = x^4 - 4x^2$ (экстремумы, промежутки монотонности, точки перегиба) и постройте эскиз графика.
3. Найдите экстремумы функции $y = x^3 - 3x$ и определите их тип.
4. Постройте графики функций в Maxima и сопоставьте с результатами исследования.

Контрольные вопросы.

1. Опишите алгоритм исследования функции с помощью производной.
2. Каковы достаточные условия экстремума?
3. Что такое точка перегиба?

Отчёт: решения задач с пояснениями, результаты проверки в программе, ответы на контрольные вопросы.

Тема 1.3. Интеграл

Первообразная и неопределённый интеграл, таблица интегралов, замена переменной и интегрирование по частям, определённый интеграл и формула Ньютона–Лейбница, вычисление площадей и объёмов. Объём практических занятий – 6 ч.

Практическое занятие № 6. Неопределённый интеграл. Таблица интегралов (2 ч)

Цель работы: научиться вычислять неопределённые интегралы с помощью таблицы и свойств интеграла.

Краткие теоретические сведения.

Функция F(x) – первообразная для f(x), если $F'(x) = f(x)$. Совокупность всех первообразных называется неопределённым интегралом: $\int f(x)dx = F(x) + C$. Интеграл суммы равен сумме интегралов, постоянный множитель выносится за знак интеграла. Основные табличные интегралы: $\int x^n dx = x^{n+1}/(n+1) + C$, $\int dx/x = \ln|x| + C$, $\int e^x dx = e^x + C$.

```
integrate(x^2 - 3*x, x);
```

Задания.

1. Вычислите $\int(x^2 - 3x)dx$ и $\int(3x^2 + 2x)dx$.
2. Вычислите $\int(4x^3 - 5/x + e^x)dx$.
3. Найдите первообразную функции $f(x) = 2x + 1$, проходящую через точку (1; 5).
4. Проверьте результаты в Maxima (команда integrate), выполните проверку дифференцированием.

Контрольные вопросы.

1. Дайте определение неопределённого интеграла.
2. Перечислите табличные интегралы.
3. Как проверить результат интегрирования?

Отчёт: решения задач с пояснениями, результаты проверки в программе, ответы на контрольные вопросы.

Практическое занятие № 7. Методы интегрирования: замена переменной и по частям (2 ч)

Цель работы: освоить методы замены переменной и интегрирования по частям.

Краткие теоретические сведения.

При замене переменной $u = \varphi(x)$ интеграл $\int f(\varphi(x))\varphi'(x)dx$ приводится к $\int f(u)du$. Формула интегрирования по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du$; за u выбирают функцию, которая упрощается при дифференцировании.

```
integrate(x*exp(x), x);
integrate(2*x*cos(x^2), x);
```

Задания.

1. Вычислите заменой переменной $\int 2x\cdot\cos(x^2)dx$ и $\int (3x+1)^5 dx$.
2. Вычислите по частям $\int x\cdot e^x dx$ и $\int x\cdot \ln x\,dx$.
3. Вычислите $\int x\cdot \sin x\,dx$.
4. Проверьте результаты в Maxima.

Контрольные вопросы.

1. Объясните метод интегрирования по частям.
2. В каких случаях применяют замену переменной?
3. Как выбрать функции u и dv?

Отчёт: решения задач с пояснениями, результаты проверки в программе, ответы на контрольные вопросы.

Практическое занятие № 8. Определённый интеграл и его приложения (2 ч)

Цель работы: научиться вычислять определённые интегралы и находить площади фигур и объёмы тел вращения.

Краткие теоретические сведения.

Определённый интеграл вычисляется по формуле Ньютона–Лейбница: $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$. Геометрически это площадь криволинейной трапеции. Объём тела вращения вокруг оси Ox: $V = \pi\int_a^b f^2(x)dx$.

```
integrate(x^2, x, 0, 1);
integrate(2*x+1, x, 1, 3);
```

Задания.

1. Вычислите $\int_1^3 (2x+1)dx$ и $\int_0^1 x^2 dx$.
2. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$ и $y = 4$.

3. Найдите объём тела, образованного вращением вокруг оси Ox кривой y = x на отрезке [0; 2].
4. Проверьте результаты в Maxima.

Контрольные вопросы.

1. Объясните геометрический смысл определённого интеграла.
2. Запишите формулу Ньютона–Лейбница.
3. Как вычислить объём тела вращения?

Отчёт: решения задач с пояснениями, результаты проверки в программе, ответы на контрольные вопросы.

Раздел 2. Линейная алгебра

Тема 2.1. Матрицы и определители

Виды матриц, операции над матрицами, определители 2-го и 3-го порядков, миноры и алгебраические дополнения, обратная матрица и ранг. Объём практических занятий – 4 ч.

Практическое занятие № 9. Операции над матрицами (2 ч)

Цель работы: освоить сложение, умножение на число, умножение и транспонирование матриц.

Краткие теоретические сведения.

Матрица – прямоугольная таблица чисел. Складывать можно матрицы одинакового размера, поэлементно. Произведение A·B определено, если число столбцов A равно числу строк B; элемент c_{ij} равен сумме произведений элементов i-й строки A на элементы j-го столбца B. Умножение матриц, как правило, некоммутативно.

```
A: matrix([1,2],[3,4])$ B: matrix([0,1],[1,0])$
A.B; B.A; transpose(A);
```

Задания.

1. Заданы A = [[1, 2], [3, 4]] и B = [[0, 1], [1, 0]]. Найдите A + B, 2A − B, A·B и B·A.

2. Вычислите произведение двух матриц размера 2×2 и 2×3 по собственному варианту.
3. Найдите A^T и $(A \cdot B)^T$; проверьте равенство $(AB)^T = B^T A^T$.
4. Проверьте вычисления в Maxima или LibreOffice Calc (функция МУМНОЖ).

Контрольные вопросы.

1. Дайте определение матрицы. Перечислите виды матриц.
2. Объясните операции сложения и умножения матриц.
3. Что такое единичная матрица и транспонирование?

Отчёт: решения задач с пояснениями, результаты проверки в программе, ответы на контрольные вопросы.

Практическое занятие № 10. Определители, обратная матрица, ранг (2 ч)

Цель работы: научиться вычислять определители, находить обратную матрицу и ранг матрицы.

Краткие теоретические сведения.

Определитель 2-го порядка: |a b; c d| = ad − bc. Определитель 3-го порядка вычисляют разложением по строке или столбцу через алгебраические дополнения. Обратная матрица существует, если $\det A \neq 0$: $A^{-1} = (1/\det A) \cdot \tilde{A}$, где $\tilde{A}$ – союзная матрица. Ранг – наибольший порядок отличного от нуля минора.

```
A: matrix([3,1],[2,4])$
determinant(A); invert(A); rank(A);
```

Задания.

1. Вычислите определитель |3 1; 2 4|.
2. Вычислите определитель матрицы 3×3 разложением по первой строке.
3. Найдите обратную матрицу для A = [[2, 1], [5, 3]] и выполните проверку $A \cdot A^{-1} = E$.
4. Найдите ранг матрицы 3×4 методом элементарных преобразований.

Контрольные вопросы.

1. Дайте определение определителя второго и третьего порядка.
2. Объясните свойства определителей.
3. Как найти обратную матрицу и ранг матрицы?

Отчёт: решения задач с пояснениями, результаты проверки в программе, ответы на контрольные вопросы.

Тема 2.2. Системы линейных уравнений

Формы записи систем, условия совместности, решение методом Гаусса, матричным методом и по формулам Крамера, однородные системы. Объём практических занятий – 4 ч.

Практическое занятие № 11. Решение систем уравнений: формулы Крамера и матричный метод (2 ч)

Цель работы: освоить решение систем линейных уравнений по формулам Крамера и матричным методом.

Краткие теоретические сведения.

Система n уравнений с n неизвестными при $\det A \neq 0$ имеет единственное решение. По формулам Крамера $x_i = \Delta_i/\Delta$, где Δ – определитель системы, Δ_i – определитель, полученный заменой i-го столбца столбцом свободных членов. Матричный метод: $X = A^{-1}B$.

```
linsolve([2*x+y=5, x-y=1], [x,y]);
```

Задания.

1. Решите систему $2x + y = 5$, $x - y = 1$ по формулам Крамера и матричным методом.
2. Решите по формулам Крамера систему $x + 2y = 7$, $3x - y = 1$.
3. Решите систему трёх уравнений с тремя неизвестными методом Крамера (вариант выдаёт преподаватель).
4. Проверьте решения в Maxima (linsolve) и подстановкой.

Контрольные вопросы.

1. Объясните метод Крамера решения систем.
2. Когда система имеет единственное решение?
3. Как решить систему матричным методом?

Отчёт: решения задач с пояснениями, результаты проверки в программе, ответы на контрольные вопросы.

Практическое занятие № 12. Метод Гаусса. Исследование совместности систем (2 ч)

Цель работы: освоить метод Гаусса и исследование систем на совместность.

Краткие теоретические сведения.

Метод Гаусса состоит в приведении расширенной матрицы системы к ступенчатому виду элементарными преобразованиями строк с последующим обратным ходом. По теореме Кронекера–Капелли система совместна, если ранг матрицы равен рангу расширенной матрицы; решение единственно, если ранг равен числу неизвестных.

```
M: matrix([1,1,1,6],[0,2,1,7],[1,0,3,10])$
triangularize(M);
```

Задания.

1. Решите методом Гаусса систему x + y + z = 6, 2y + z = 7, x + 3z = 10.
2. Исследуйте на совместность систему x + y = 2, 2x + 2y = 5.
3. Найдите общее решение системы с бесконечным множеством решений (вариант выдаёт преподаватель).
4. Опишите различие однородной и неоднородной систем на примере решённых задач.

Контрольные вопросы.

1. Опишите метод Гаусса.
2. Каковы условия совместности системы линейных уравнений?
3. В чём отличие однородной и неоднородной системы?

Отчёт: решения задач с пояснениями, результаты проверки в программе, ответы на контрольные вопросы.

Раздел 3. Ряды и теория вероятностей

Тема 3.1. Числовые ряды

Числовой ряд, частичные суммы, сходимость и расходимость, необходимый признак, признаки сравнения, Даламбера и Коши, знакочередующиеся ряды. Объём практических занятий – 4 ч.

Практическое занятие № 13. Числовые ряды. Необходимый признак и признаки сравнения (2 ч)

Цель работы: научиться исследовать числовые ряды на сходимость.

Краткие теоретические сведения.

Числовой ряд Σa_n сходится, если существует предел частичных сумм S_n. Необходимый признак: если ряд сходится, то $a_n \to 0$ (обратное неверно). Признак сравнения: если $0 \le a_n \le b_n$ и ряд Σb_n сходится, то сходится и Σa_n. Эталонные ряды: геометрический Σq^n (сходится при $|q| < 1$), обобщённый гармонический $\Sigma 1/n^p$ (сходится при $p > 1$).

```
sum(1/n^2, n, 1, inf), simpsum;
```

Задания.

1. Найдите сумму бесконечной геометрической прогрессии с первым членом 1 и знаменателем 1/2.
2. Проверьте необходимый признак сходимости для рядов $\Sigma n/(n+1)$ и $\Sigma 1/n$.
3. Исследуйте на сходимость ряд $\Sigma 1/n^2$ сравнением с эталонным рядом.
4. Вычислите несколько частичных сумм ряда $\Sigma 1/n^2$ в LibreOffice Calc и сопоставьте с теоретическим выводом.

Контрольные вопросы.

1. Дайте определение числового ряда.
2. Объясните понятие сходимости ряда.

3. Сформулируйте необходимый признак сходимости.

Отчёт: решения задач с пояснениями, результаты проверки в программе, ответы на контрольные вопросы.

Практическое занятие № 14. Признаки Даламбера и Коши. Знакочередующиеся ряды (2 ч)

Цель работы: освоить признаки Даламбера и Коши и признак Лейбница.

Краткие теоретические сведения.

Признак Даламбера: если $\lim a_{n+1}/a_n = q$, то при $q < 1$ ряд сходится, при $q > 1$ расходится. Радикальный признак Коши использует $\lim \sqrt[n]{a_n}$. Знакочередующийся ряд сходится по признаку Лейбница, если $|a_n|$ монотонно убывает к нулю.

Задания.

1. Исследуйте по признаку Даламбера ряд $\Sigma 1/n!$.
2. Исследуйте по признаку Даламбера ряд $\Sigma 2^n/n$.
3. Исследуйте по признаку Коши ряд $\Sigma (n/(2n+1))^n$.
4. Исследуйте знакочередующийся ряд $\Sigma (-1)^n/n$ и оцените, сколько членов нужно взять для вычисления суммы с точностью 0,01.

Контрольные вопросы.

1. Сформулируйте признак Даламбера.
2. Что такое степенной ряд и радиус сходимости?
3. Сформулируйте признак Лейбница.

Отчёт: решения задач с пояснениями, результаты проверки в программе, ответы на контрольные вопросы.

Тема 3.2. Теория вероятностей

Случайные события, классическое и статистическое определения вероятности, теоремы сложения и умножения, формула полной вероятности,

схема Бернулли, случайные величины, математическое ожидание и дисперсия. Объём практических занятий – 5 ч.

Практическое занятие № 15. Вероятность события. Теоремы сложения и умножения (2 ч)

Цель работы: научиться вычислять вероятности событий с использованием классического определения и теорем.

Краткие теоретические сведения.

Классическая вероятность $P(A) = m/n$, где n – число равновозможных исходов, m – число исходов, благоприятствующих A. Теорема сложения: $P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB)$. Теорема умножения: $P(AB) = P(A)\cdot P(B|A)$. Формула полной вероятности: $P(A) = \Sigma P(H_i)P(A|H_i)$.

Задания.

1. Из 20 деталей 3 бракованные. Найдите вероятность извлечь бракованную деталь.
2. Бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма очков равна 7.
3. Два стрелка стреляют по мишени независимо, вероятности попадания 0,8 и 0,7. Найдите вероятность хотя бы одного попадания.
4. Решите задачу на формулу полной вероятности (вариант выдаёт преподаватель).

Контрольные вопросы.

1. Дайте определение вероятности события.
2. Сформулируйте теоремы сложения и умножения вероятностей.
3. Объясните формулу полной вероятности.

Отчёт: решения задач с пояснениями, результаты проверки в программе, ответы на контрольные вопросы.

Практическое занятие № 16. Случайные величины и их числовые характеристики (3 ч)

Цель работы: освоить построение закона распределения дискретной случайной величины и вычисление M(X) и D(X).

Краткие теоретические сведения.

Случайная величина – величина, принимающая значения в зависимости от случая. Закон распределения дискретной СВ – таблица значений x_i и вероятностей p_i ($\Sigma p_i = 1$). Математическое ожидание $M(X) = \Sigma x_i p_i$, дисперсия $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2$, среднее квадратичное отклонение $\sigma = \sqrt{D(X)}$.

Задания.

1. Постройте закон распределения числа выпавших гербов при двукратном бросании монеты и вычислите M(X) и D(X).
2. Закон распределения СВ задан таблицей (вариант выдаёт преподаватель). Найдите M(X), D(X), σ и вероятность $P(X \geq 2)$.
3. Вычислите вероятность k успехов в серии из n испытаний по схеме Бернулли ($n = 5$, $p = 0{,}3$).
4. Смоделируйте в LibreOffice Calc 1000 бросаний кубика и сравните частоты с теоретическими вероятностями.

Контрольные вопросы.

1. Дайте определение случайной величины.
2. Что такое математическое ожидание и дисперсия?
3. Что такое нормальное распределение?

Отчёт: решения задач с пояснениями, результаты проверки в программе, ответы на контрольные вопросы.

3. Методические указания к самостоятельной работе

Объём самостоятельной работы – 4 ч. Задания выполняются в свободное от занятий время; результаты сдаются в письменном виде и проверяются на очередном практическом занятии.

Таблица 2 – Задания для самостоятельной работы

№	Тема	Задание	Время, ч
1	1.1. Пределы	Решите по 5 задач на вычисление пределов (раскрытие неопределённостей и замечательные пределы) из рекомендованного сборника типовых заданий. Оформите решения письменно.	1
2	1.2. Производная	Найдите производные 10 функций (сложные, произведение, частное) и исследуйте одну функцию по собственному варианту с построением графика.	1
3	3.2. Теория вероятностей	Решите 8 задач по теории вероятностей (классическая вероятность, теоремы сложения и умножения, схема Бернулли). Постройте закон распределения СВ и вычислите её характеристики. Результаты оформите в виде электронной таблицы.	2

4. Рекомендуемая литература и информационные ресурсы

Основная литература

1. Шипачев, В. С. Начала высшей математики: учебное пособие для СПО / В. С. Шипачев. – 3-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2024. – 384 с. – ISBN 978-5-507-47460-8. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: https://e.lanbook.com/book/378488
2. Ельчанинова, Г. Г. Элементы высшей математики. Типовые задания с примерами решений: учебное пособие для СПО / Г. Г. Ельчанинова, Р. А. Мельников. – 2-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2026. – 92 с. – ISBN 978-5-507-57085-0. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: https://e.lanbook.com/book/523705

Дополнительная литература

1. Антонов, В. И. Элементарная и высшая математика: учебное пособие для СПО / В. И. Антонов, Ф. И. Копелевич. – 3-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2025. – 136 с. – ISBN 978-5-507-50675-0. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: https://e.lanbook.com/book/456815
2. Рзаева, М. Д. Дидактический материал по математике: учебное пособие для СПО / М. Д. Рзаева. – Санкт-Петербург: Лань, 2026. – 108 с. – ISBN 978-5-507-54009-9. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: https://e.lanbook.com/book/515106

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Открытая математическая библиотека. – URL: https://www.mathnet.ru
2. WolframAlpha. – URL: https://www.wolframalpha.com

Приложение А. Образец титульного листа отчёта

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ ВО Университет биотехнологий
Институт цифровых технологий
Кафедра математики и физики

Отчёт по практическому занятию № …

по дисциплине «Элементы высшей математики»

Тема: …

Выполнил(а): студент(ка) … курса, группы …
ФИО

Проверил: должность,
ФИО

Новосибирск 202…